

試験問題 (生産システム工学 電気磁気学特論)

山本昌志*

2007年7月31日

解答欄には、正しい日本語 (英語でも良い) の文章を使い、分かりやすく、論理的に自分の考えを記述すること。答えのみでは、ダメである。

なお、解答の式の記号の説明は、その記号が一般的なものであれば不要である。例えば、 E は電場と直ちに分かるので、それをいちいち説明する必要はない。

[問 1] ベクトル解析に関する設問である。以下の問いに答えよ。

- (1) ベクトル r は位置ベクトルである。すなわち、 $r = (x, y, z)$ となっている。また、スカラー $r = |r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ である。以下を計算せよ。

$$\nabla \left(\frac{1}{|r|} \right)$$

- (2) 以下を証明せよ。

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{|r|} \right) = 0 \quad (\text{ただし } r \neq 0)$$

- (3) 以下を証明せよ。

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{|r|} \right) = -4\pi\delta(r)$$

- (4) 以下をデルタ関数を使って表せ。証明は不要。

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{|r - r'|} \right)$$

[問 2] クーロンの法則—静電場—に関する問いである。以下の問いに答えよ。ただし、[問 1] の結果を利用しても良い。

- (1) 図 1 のような位置関係で、2 つの電荷がある。O が原点で、 r と r' が電荷の位置ベクトルである。電荷量はそれぞれ q と q' で、作用する力は F と F' である。力 F を示せ。
- (2) r の位置に、 q' がつくる電場 E を示せ。

*独立行政法人 秋田工業高等専門学校 生産システム工学専攻

(3) 先の図 1 とは異なり，電荷が連続的に分布している．電荷密度分布を $\rho(r)$ として，電場 $E(r)$ を計算する式を示せ．

(4) 以下を証明せよ．

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

(5) 以下を証明せよ．

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

[問 3] マクスウェルの方程式に関する問いである．

(1) 微分形のマクスウェルの方程式を示せ．

(2) ガウスの定理とストークスの定理を使って，微分形のマクスウェルの方程式を積分形に書き改めよ．

[問 4] 静磁場に関する問いである．

(1) 図 2 の直線電流 I の AB の部分が，図の P 点につくる磁束密度は次式で表せることを示せ．

$$B(P) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [\cos \theta_1 - \cos \theta_2]$$

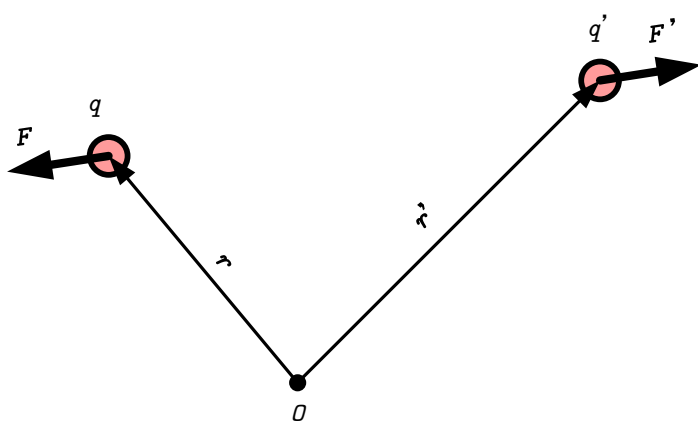


図 1: ふたつの電荷の位置関係と電荷量，力．

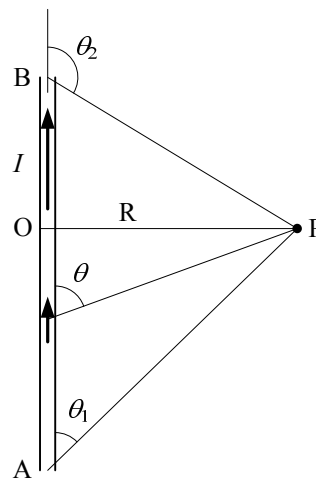


図 2: 静磁場の問題の位置関係．