

情報理論 後期中間試験問題

山本昌志*

2007年12月10日

1 サンプリングに関する問い

- [問1] 最大周波数 100 [kHz] の信号を観測し、波形を記録することを考える。ちゃんと信号の波形を復元するためのサンプリング周波数の下限を答えよ。 [10点]
- [問2] 図1は CD の作成から、その再生までの信号の流れを示している。この流れの中に、ローパスフィルターを挿入しなくてはならない。その場所を图中的 (A)–(F) から選択し、ローパスフィルターの適切なカットオフ周波数¹を答えよ。ただし、CD のサンプリング周波数は 44.1 [kHz] とする。 [10点]
- [問3] ローパスフィルターが無いと、どのような問題が生じるか述べよ。 [5点]

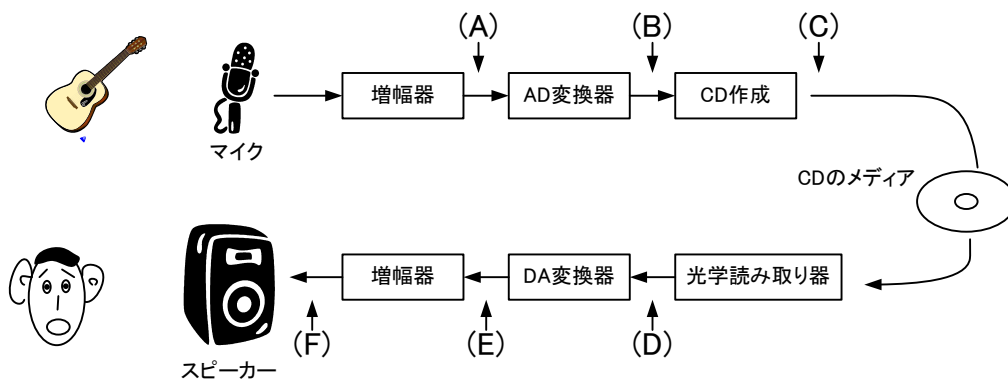


図1: 音楽用 CD の作成と再生の信号の流れの概略。图中的 (A)–(F) は、ローパスフィルター挿入に関する問いの選択肢を示す。

*国立秋田工業高等専門学校 電気工学科

¹ローパスフィルターを通過できる最高周波数のこと。

2 デジタル符号化

- [問 1] 圧縮のジレンマとは「最悪の場合でも圧縮データが元データよりも大きくならない圧縮ソフトウェアはどんなデータも圧縮できない」である。最悪の場合、元データよりも1ビットだけ大きくなる圧縮ソフトウェアは可能である。どのようにすれば、最悪でも元データよりも1ビットしか大きくならない圧縮ソフトウェアができるか? [5点]
- [問 2] つぎの2つの符号のハミング距離を示せ。ただし、符号は'0'と'1'からなるバイナリデータとする。 [10点]

11000111

00111000

- [問 3] 符号に冗長性を持たせると、符号の誤りの検出と訂正ができる。符号をバイナリデータとした場合、符号の誤りはビットの反転という形で表れる。誤りが生じるビットの数と訂正ができる符号の冗長性について、ハミング距離を使って説明せよ。 [10点]

3 情報量

この問題では、授業での取り扱いの通り対数の底は2とする。単位のある量については、ふさわしい単位も含めて答えること。また、解答が少数となる場合は、小数点以下3桁まで答えること。必要であれば、以下の値を使うことができる。

$$\log_{10} 2 = 0.3010$$

$$\log_{10} 3 = 0.4771$$

$$\log_{10} 5 = 0.6989$$

$$\log_{10} 7 = 0.8451$$

$$\log_2 3 = 1.5850$$

$$\log_2 5 = 2.3291$$

$$\log_2 7 = 2.8074$$

- [問 1] カエルのぴょん太とぴょん吉は、毎日いろいろな餌を食べている。生物学者の C. Frog がその二匹を観測したところ、一日の間にトンボを1匹以上捕まえて食べる確率は、
- ぴょん太は、 $1/2$
 - ぴょん吉は、 $3/4$
- であることが分かった。以下の問いに答えよ。
- (ア) ぴょん太を1日観測することにより得られるであろう平均情報量(エントロピー)を示せ。 [10点]
- (イ) この二匹を1日観測することにより得られるであろう平均情報量(エントロピー)を示せ。 [5点]
- (ウ) ある日、この二匹を観測すると、ぴょん太はトンボを捕まえて食べたが、ぴょん吉はトンボを食べることができなかった。この観測により得られた情報量はいくらか? [5点]
- [問 2] 地球から1万光年離れた星、うめ星にはうめ星人が住んでいる。そこの住人は、4つの文字を使い情報伝達を行っている。仮に、それらを $\{A, B, C, D\}$ と表す。そして、それらの文字の出現確率は、表1の通りであった。以下の問いに答えよ。

(ア) 文字'D'の出現確率を示せ．値のみならず，計算過程あるいは根拠を示す必要がある．

[10点]

(イ) 一つの文字の平均情報量示せ． [10点]

表 1: うめ星人の文字とその出現確率

文字	A	B	C	D
出現確率	1/2	1/4	1/8	

[問 3] '0' と '1' からなる符号の場合，平均情報量が最大となるのは，'0' と '1' が $1/2$ の確率で出現する場合である．これを証明せよ． [5点]

[問 4] N 桁の '0' と '1' からなる符号を考える．全ての桁において，'0' と '1' の出現確率が $1/2$ の場合，平均情報量と桁数が同じになる．このことを証明せよ． [5点]