後期中間試験解答用紙 (5E 計算機応用)

電気工学科　　学籍番号　　　　氏名

2007 年 12 月 6 日

1　常微分方程式

[問 1] $\boxed{\textit{10 点}}$

$$
\begin{aligned}
y(x_0+h) &= y(x_0) + y'(x_0)h + \frac{1}{2!}y''(x_0)h^2 + \frac{1}{3!}y'''(x_0)h^3 + \frac{1}{4!}y^{(4)}(x_0)h^4 + \cdots \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}y^{(n)}(x_0)h^n
\end{aligned}
$$

[問 2] $\boxed{\textit{20 点}}$

中点法では，二次の精度で計算する．前問のテイラー展開の結果から，二次の精度は，

$$
\Delta y \simeq y'(x_0)h + \frac{1}{2!}y''(x_0)h^2 \tag{1}
$$

となる．この計算を出発点と，出発点と次の点の中間点の 1 次導関数から求める．それを

$$
\Delta y \simeq h\{\alpha y'(x_0) + \beta y'(x_0 + \frac{h}{2})\} \tag{2}
$$

とする．これを x_0 の回りでテイラー展開すると，

$$
\Delta y \simeq (\alpha+\beta)y'(x_0)h + \frac{\beta}{2}y''(x_0)h^2 \tag{3}
$$

となる．これを，式 (1) と比較すると，

$$
\begin{cases}
\alpha + \beta = 1 \\
\dfrac{\beta}{2} = \dfrac{1}{2}
\end{cases} \tag{4}
$$

となる必要がある．これから，$\alpha = 0, \beta = 1$ となる．これから，出発点と次の点の中点の一次導関数の値のみを使えば，二次の精度が得られることが分かる．したがって，中点法の漸化式は中点のみの一次導関数の値を使い，次のように書ける．

$$
\begin{cases}
k_1 = hf(x_n, y_n) \\
k_2 = hf(x_n + \dfrac{h}{2}, y_n + \dfrac{k_1}{2}) \\
y_{n+1} = y_n + k_2
\end{cases} \tag{5}
$$

[問 3] $\boxed{\textit{10 点}}$

3 階の微分方程式を 1 階の連立微分方程式に直すために，次のように変数変換を行う．

$$
\begin{cases}
y_0(x) = y(x) \\
y_1(x) = y'(x) \\
y_2(x) = y''(x)
\end{cases}
$$

すると，次の連立微分方程式が直ちに得られる．

$$
\begin{cases}
\dfrac{dy_0}{dx} = y_1 \\
\dfrac{dy_1}{dx} = y_2
\end{cases}
$$

問題で与えられた微分方程式に，これらを代入すると

$$
\frac{dy_2}{dx} + y_1 + xy_0 = e^x
$$

となる．したがって，問題で与えられた 3 階の微分法手式は，次の未知数が 3 つの連立微分方程式になる．

$$
\begin{cases}
\dfrac{dy_0}{dx} = y_1 \\
\dfrac{dy_1}{dx} = y_2 \\
\dfrac{dy_2}{dx} = -xy_0 - y_1 + e^x
\end{cases}
$$

コンピューターでの計算向きに，左辺は微分の項としている．

2　連立一次方程式

[**問 1**] *20 点*

```
do{                                  // 反復計算のループ
 dx=0.0;
  absx=0.0;

  for(i=1;i<=N;i++){
    sum=0;
    for(j=1;j<=N;j++){
      if(i != j){
        sum+=a[i][j]*x[j];
      }
    }
```

[**問 2**] *10 点*

```
  }

}while(dx/absx > EPS);             // 計算終了条件
```

3　補間法

[問 1]　$\boxed{\textit{10}\text{ 点}}$

ラグランジュ補間の式を書けば良い．

$$
\begin{aligned}
y = \frac{(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)}{(2-3)(2-4)(2-5)(2-6)} \times 3 + \frac{(x-2)(x-4)(x-5)(x-6)}{(3-2)(3-4)(3-5)(3-6)} \times 7 \\
+ \frac{(x-2)(x-3)(x-5)(x-6)}{(4-2)(4-3)(4-5)(4-6)} \times 6 + \frac{(x-2)(x-3)(x-4)(x-6)}{(5-2)(5-3)(5-4)(5-6)} \times 4 \\
+ \frac{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(6-2)(6-3)(6-4)(6-5)} \times 2
\end{aligned}
$$

[問 2]　$\boxed{\textit{20}\text{ 点}}$

スプライン関数では，データ点を図 1 のように間隔 $[x_i, x_{i+1}]$ に区切り，その近傍の値を使い低次の多項式で近似する．スプライン補間では導関数が連続になるように，区分多項式の係数をきめる．例えば 3 次のスプライン関数では，区分多項式を

$$
S_j(x) = a_j(x-x_j)^3 + b_j(x-x_j)^2 + c_j(x-x_j) + d_j \qquad (j = 0, 1, 2, 3, \cdots, N-1)
$$

とする．この多項式の係数 a_j, b_j, c_j, d_j は，以下の条件を満たすように決める．

- 全てのデータ点を通る．
- 各々の区分補間式の境界点での 1 次導関数が連続になるようにする．
- 各々の区分補間式の境界点での 2 次導関数が連続になるようにする．

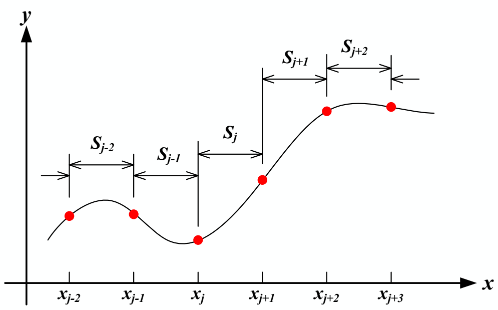

図 1: スプライン補間の区分