

解析学の到達度確認テスト

山本昌志

2006年10月05日

概要

電気数学の講義を受けるにあたり、解析学の学力を検査する。

1 基本

1.1 三角関数

1.1.1 単位の変換

次の角度の単位の変換を行え。[deg] を [rad] に、
[rad] は [deg] に変える。

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| [問 1] 30 [deg] | [問 2] 135 [deg] |
| [問 3] -210 [deg] | [問 4] $\frac{\pi}{3}$ [rad] |
| [問 5] $-\frac{5\pi}{4}$ [rad] | [問 6] 2π [rad] |

1.1.2 三角関数の値

次の三角関数、および逆三角関数の値を計算せよ。

- | | |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
| [問 1] $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ | [問 2] $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ |
| [問 3] $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ | [問 4] $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ |
| [問 5] $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ | [問 6] $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ |
| [問 7] $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ | [問 8] $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$ |
| [問 9] $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$ | [問 10] $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)$ |
| [問 11] $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ | [問 12] $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ |
| [問 13] $\tan^{-1}(1)$ | [問 14] $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ |

1.1.3 関数のグラフ

- [問 1] $f(x) = \sin(x)$ のグラフを描け。
[問 2] $f(x) = \cos(x)$ のグラフを描け。
[問 3] $f(x) = \tan(x)$ のグラフを描け。
[問 4] $f(x) = e^{-x}$ のグラフを描け。
[問 5] $f(x) = \log(x)$ のグラフを描け。

1.2 指数関数と対数関数

- [問 1] ネピア数 e の近似値を示せ。
[問 2] 2^0 の値を示せ。
[問 3] 2^{-1} の近似値 (approximation) を示せ。
[問 4] $2^{\frac{1}{2}}$ の近似値を示せ。
[問 5] $(e^\alpha)^\beta$ を簡単にせよ。
[問 6] $e^\alpha \times e^\beta$ を簡単 (simplify) にせよ。
[問 7] 方程式 $e^{\log x} = 5$ を解け。
[問 8] $y = e^{2x+3}$ を $x =$ の式に直せ。
[問 9] $\log\left(\frac{b}{a}\right)$ を分解 (reduction) せよ。
[問 10] $\log(ab)$ を分解せよ。
[問 11] $\log\left(\frac{b^\beta}{a^\alpha}\right)$ を分解せよ。

2 三角関数の性質

[問 1] $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ となる理由を説明 (explain) せよ .

[問 2] $\tan^2 \theta - \frac{1}{\cos^2 \theta} = -1$ を導け .

[問 3] 加法定理 (addition theorem) $\sin(\alpha + \beta)$ を示せ .

[問 4] 加法定理 $\cos(\alpha + \beta)$ を示せ .

[問 5] $\cos(2\theta) = 2 \cos^2 \theta - 1$ を導け .

[問 6] $\cos(2\theta) = 1 - 2 \sin^2 \theta$ を導け .

[問 7] $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$ を導け .

[問 8] 以下を導け .

$$\begin{aligned} \cos \alpha \cos \beta &= \\ &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] \end{aligned}$$

[問 9] 以下を導け .

$$\begin{aligned} \cos A + \cos B &= \\ &= 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right) \end{aligned}$$

3 微分法

3.1 基礎

[問 1] 導関数 (derivative) $f'(x)$ の定義 (definition) を述べよ .

[問 2] $f(x)g(x)$ の導関数を示せ .

[問 3] $\frac{f(x)}{g(x)}$ の導関数を示せ .

[問 4] $f(x)g(x)h(x)$ の導関数を示せ .

[問 5] $f(g(x))$ の導関数を示せ .

3.2 導関数の計算

以下の関数 $f(x)$ の導関数を示せ .

[問 1] $f(x) = x^n$

[問 2] $f(x) = \sin x$

[問 3] $f(x) = \cos x$

[問 4] $f(x) = \tan x$

[問 5] $f(x) = e^x$

[問 6] $f(x) = \log |x|$

[問 7] $f(x) = \sin(x^2)$

[問 8] $f(x) = \arcsin x$

[問 9] $f(x) = e^x \cos x$

[問 10] $f(x) = e^{\sin x} \cos x$

4 積分法

4.1 基礎

[問 1] 定積分 $\int_a^b f(x)dx$ の定義 (definition) を述べよ .

[問 2] $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$ を示せ .

[問 3] 部分積分 (integration of parts) の公式を示せ .

[問 4] 置換積分 (integration of substitution) の公式を示せ .

4.2 積分の計算

以下の積分を計算せよ .

[問 1] $\int x^n dx$

[問 2] $\int \sin x dx$

[問 3] $\int \sin(ax) dx$

[問 4] $\int \cos x dx$

[問 5] $\int \tan x dx$

[問 6] $\int \arcsin x dx$

[問 7] $\int e^x dx$

[問 8] $\int a^x dx$

[問 9] $\int \log |x| dx$

[問 10] $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$