

スプライン補間のプログラム

山本昌志*

2005年1月18日

1 プログラム方法

理論から分かるように、スプライン補間を行うためには以下の2つの計算が必要である。

- 各点での2次導関数の値 u_i の計算
- 係数 a, b, c, d を求めて、補間の値の計算

それぞれ、C言語の関数を作成することにする。それぞれの関数の作成方法について、以下に述べる。

1.1 2次導関数の値を計算する関数

まず最初の関数で、標本点 x_i と y_i から、 x_i での2次導関数の値 u_i を計算するプログラムである。この関数は、最初に1回呼び出すだけでよく、結果は補間値を計算する次の関数に渡す。この2次導関数の値を計算するプログラムは、独立した関数としてモジュール化するのが常套手段である。そのほうが、プログラムが分かりやすくなり、メンテナンスも容易である。

C言語の関数でこれを実現するための関数のプロトタイプ宣言は、

```
void spline_cal_u(int n, double x[], double y[], double u[]);
```

のようにすればよい。nは標本点の最大の番号である。標本点の番号は、0から始まりnで終わる。配列x[]とy[]に標本のxとy座標の値を入れる。配列u[]は計算された2次導関数の値が入る。

この関数での処理の内容は、

- 標本点での2次導関数の値 u_i が満たす連立方程式を作成する。
- その連立方程式を解く。

*独立行政法人 秋田工業高等専門学校 電気工学科

めには、標本点の座標と2次導関数の値、即ち x_i, y_i, u_i がわかれば計算できる。2次導関数の値 u_i は予め、先の関数 `spline_cal_u(n, x, y, u)` で計算しておくものとする。

スプライン補間の計算に必要な x_i, y_i, u_i から、補間点 x の値を求める関数を作ろう。C言語の関数でこれを実現するための関数のプロトタイプ宣言は、

```
double spline(int n, double x[], double y[], double u[], double xx);
```

のようにすればよい。この関数の実引数 `xx` に補間値を求めたい x を入れるのである。そして、この関数の戻り値が x での補間値 y となる。

この関数の処理の内容は、

- 補間値を求める x が、どの標本点の間にあるか探す。
- 見つかった標本点の場所から、3次関数の係数を計算する。
- 3次関数から x の時の値、 y を計算する。

である。ここで重要なことは、 x がある区間を探し、3次関数の係数を求めることである。2次導関数と標本点の値から、それらの係数は

$$a = \frac{u_{j+1} - u_j}{6(x_{j+1} - x_j)} \quad (4)$$

$$b = \frac{u_j}{2} \quad (5)$$

$$c = \frac{y_{j+1} - y_j}{x_{j+1} - x_j} - \frac{1}{6}(x_{j+1} - x_j)(2u_j + u_{j+1}) \quad (6)$$

$$d = y_j \quad (7)$$

と計算できる。これらの係数から、補間の値 y は

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (8)$$

となる。

この関数のフローチャートを図2に示す。まず初めに、 x が存在する区間を2分探索により探している。これがわかれば、 x を挟む場所の x, y, u の値がわかる。そうすると、式(4)~(7)を用いて、3次関数の補間式の係数 a, b, c, d の値が計算できる。そして、式(8)から補間値 y がわかる。補間したい点 x が変わる毎に `spline(n, x, y, u, xx)` を呼び出せばよいわけである。

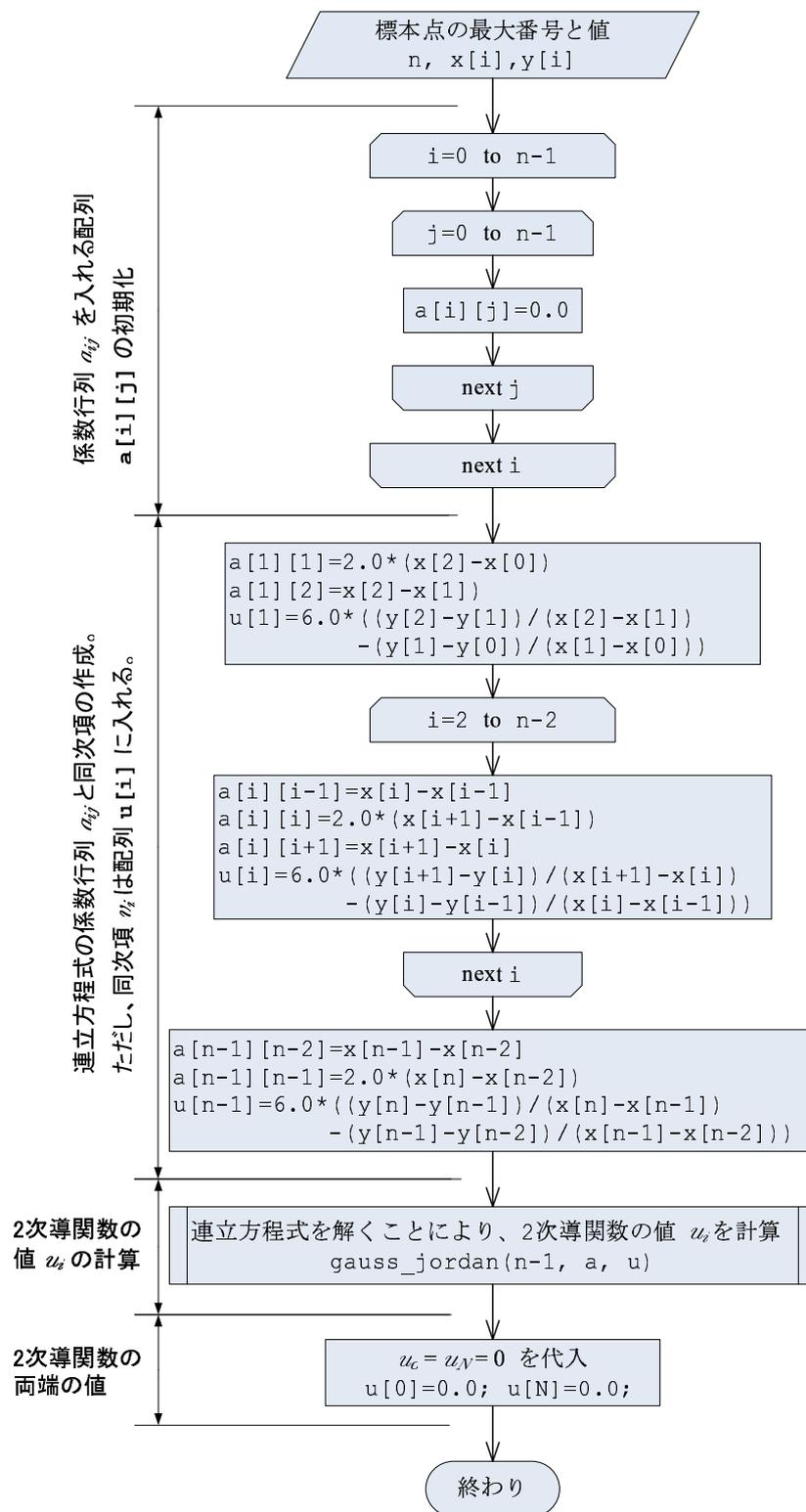


図 1: 2次導関数の u_i を求める関数。

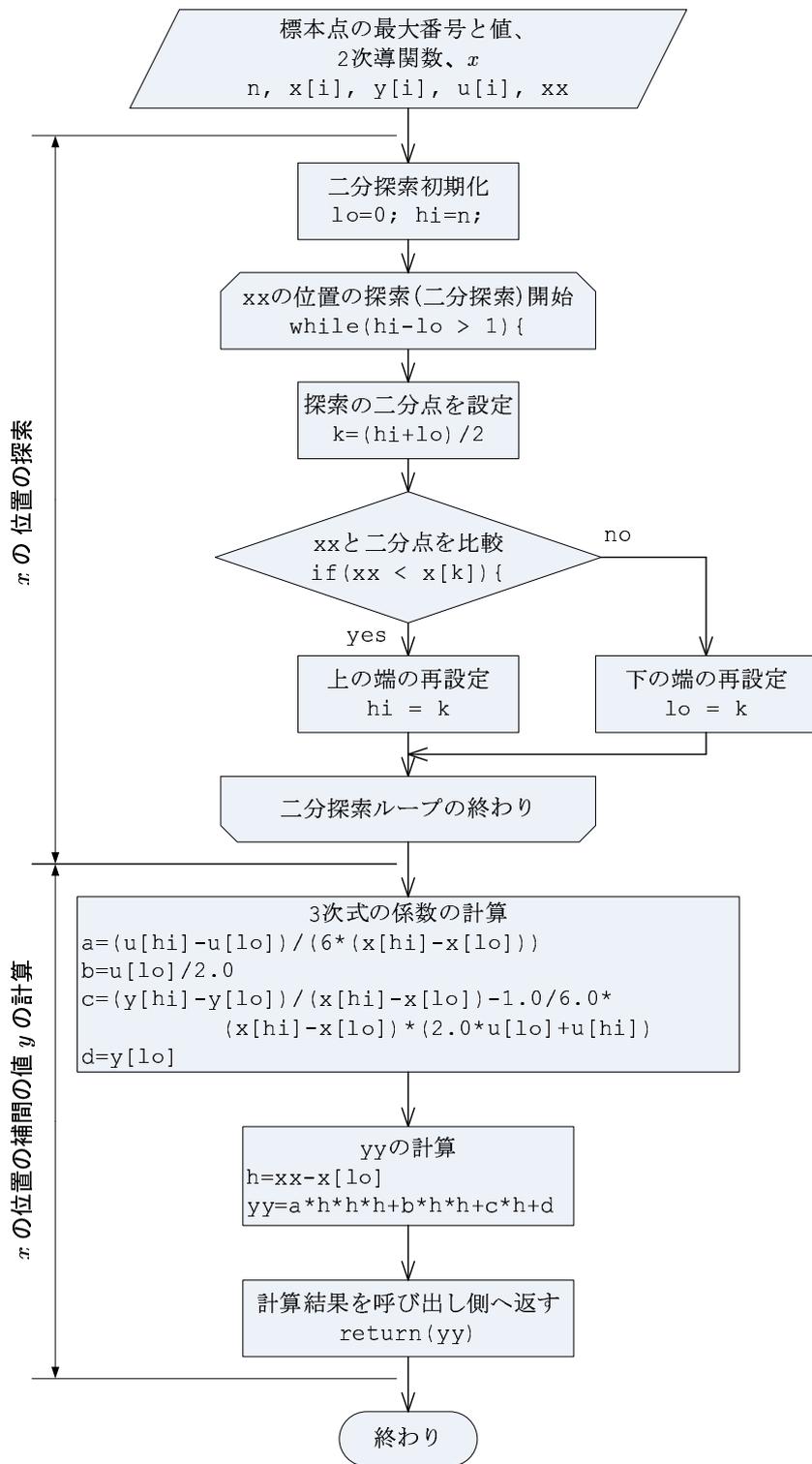


図 2: 補間された値を求める関数。