

スプライン補間のプログラム

山本昌志*

2003年1月13日

1 プログラム方法

その理論から分かるように、スプライン補間を行うためには以下の2つの計算が必要である。

- 各点での2次導関数の値 u_i の計算
- 係数 a, b, c, d を求めて、補間の値の計算

それぞれ、C言語の関数を作成し、スプライン補間することにする。

1.1 2次導関数の値を計算する関数

標本点 x_i と y_i から、 x_i での2次導関数の値 u_i を求める関数である。この関数は、1回呼び出すだけでよく、結果は補間値を計算する関数に渡して使う。この2次導関数の値を計算するプログラムは、独立した関数としてモジュール化するのが常套手段である。そのほうが、プログラムが分かりやすくなり、メンテナンスも容易である。

C言語の関数でこれを実現するための関数のプロトタイプ宣言は、

```
void spline_cal_u(int n, double x[], double y[], double u[]);
```

のようにすればよい。 n は標本点の最大の番号である。標本点の番号は、0から始まり n で終わる。配列 $x[]$ と $y[]$ に標本の x と y 座標の値を入れる。配列 $u[]$ は計算された2次導関数の値が入る。

この関数のフローチャートを図1に示す。この関数では、連立方程式を解く必要がある。この連立方程式は、以下の特徴がある。

- 係数は、3重対角行列である。
- 対角成分は、ゼロにならない。

通常はLU分解で解くことになる。しかし、そのプログラムを書くのも面倒なので、以前作成したピボット選択のないガウス・ジョルダンを使えばよい。連立方程式により解かれた2次導関数の値は、配列 $u[]$ に入れられて呼び出し側に戻る。

*国立秋田工業高等専門学校 電気工学科

連立方程式により計算される 2 次導関数の値は、 $u_1, u_2, u_3, \dots, u_{n-1}$ である。両端は自然境界条件で、 $u_0 = 0$ $u_n = 0$ とする。この関数では最後にその条件を配列を $u[0]=0$, $u[n]=0$ とすることで実現している。

1.2 補完の値を計算する関数

スプライン関数は、3 次の区分多項式で標本点の間を補完するのは今まで述べたとおりである。そのためには、標本点の x, y 座標と 2 次導関数の値 x_i, y_i, u_i がわかれば計算できる。 u_i は予め、先の関数 `spline_cal_u(n, x, y, u)` で計算しておくものとする。

計算に必要な x_i, y_i, u_i から、補間点 xx の値を求める関数を作ろう。C 言語の関数でこれを実現するための関数のプロトタイプ宣言は、

```
double spline(int n, double x[], double y[], double u[], double xx);
```

のようにすればよい。この関数の戻り値が、 xx での補間値である。

この関数のフローチャートを図 2 に示す。まず初めに、 xx の位置を 2 分探索により探している。これがわかれば、 xx を挟む場所の x, y 座標と 2 次導関数の値がわかる。3 次関数の補間式の係数 a, b, c, d の値が計算できるので、補間値 yy がわかる。補間したい点 xx が変わる毎に `spline(n, x, y, u, xx)` を呼び出せばよいわけである。

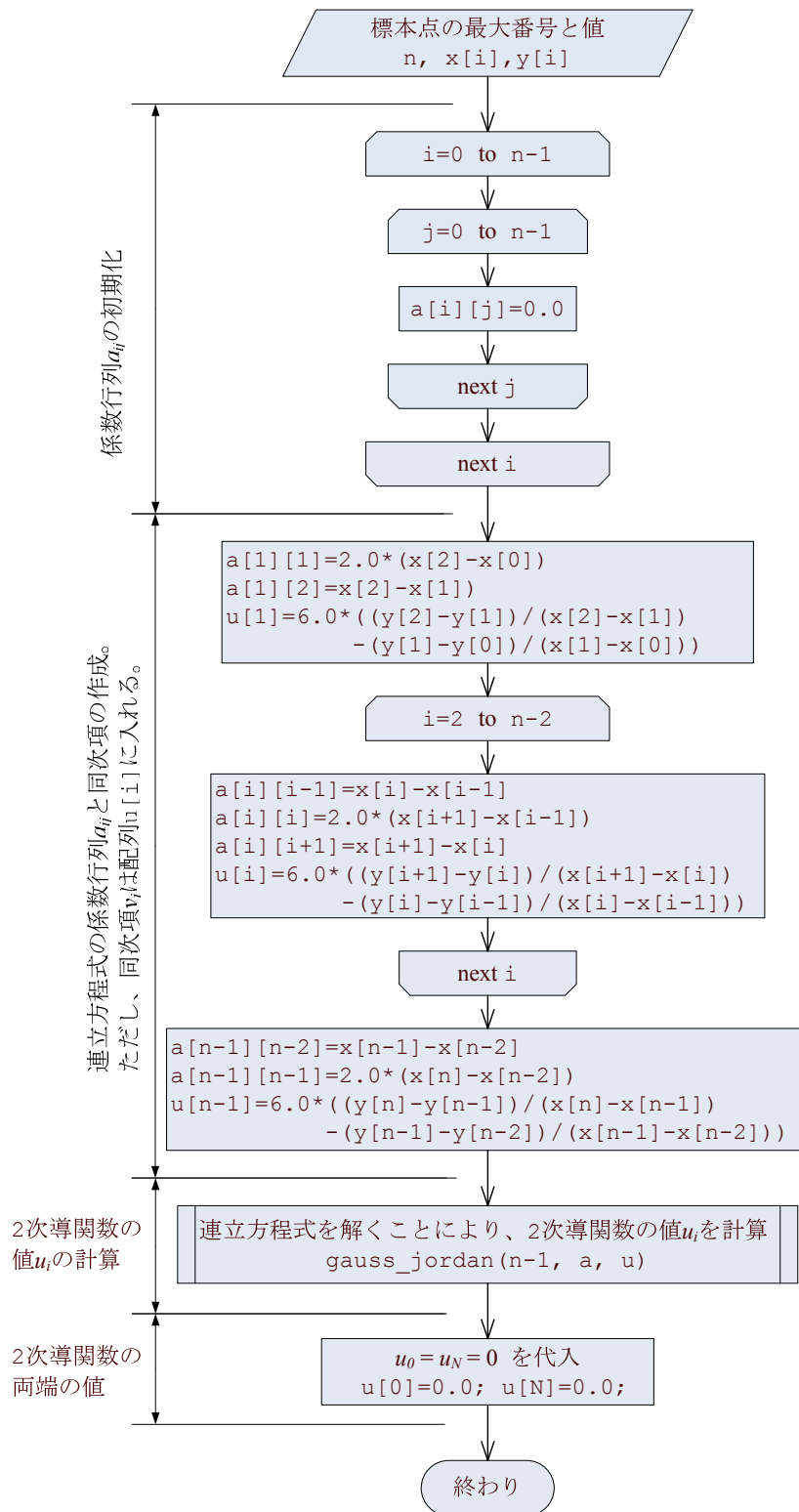


図 1: 2次導関数の u_i を求める関数。

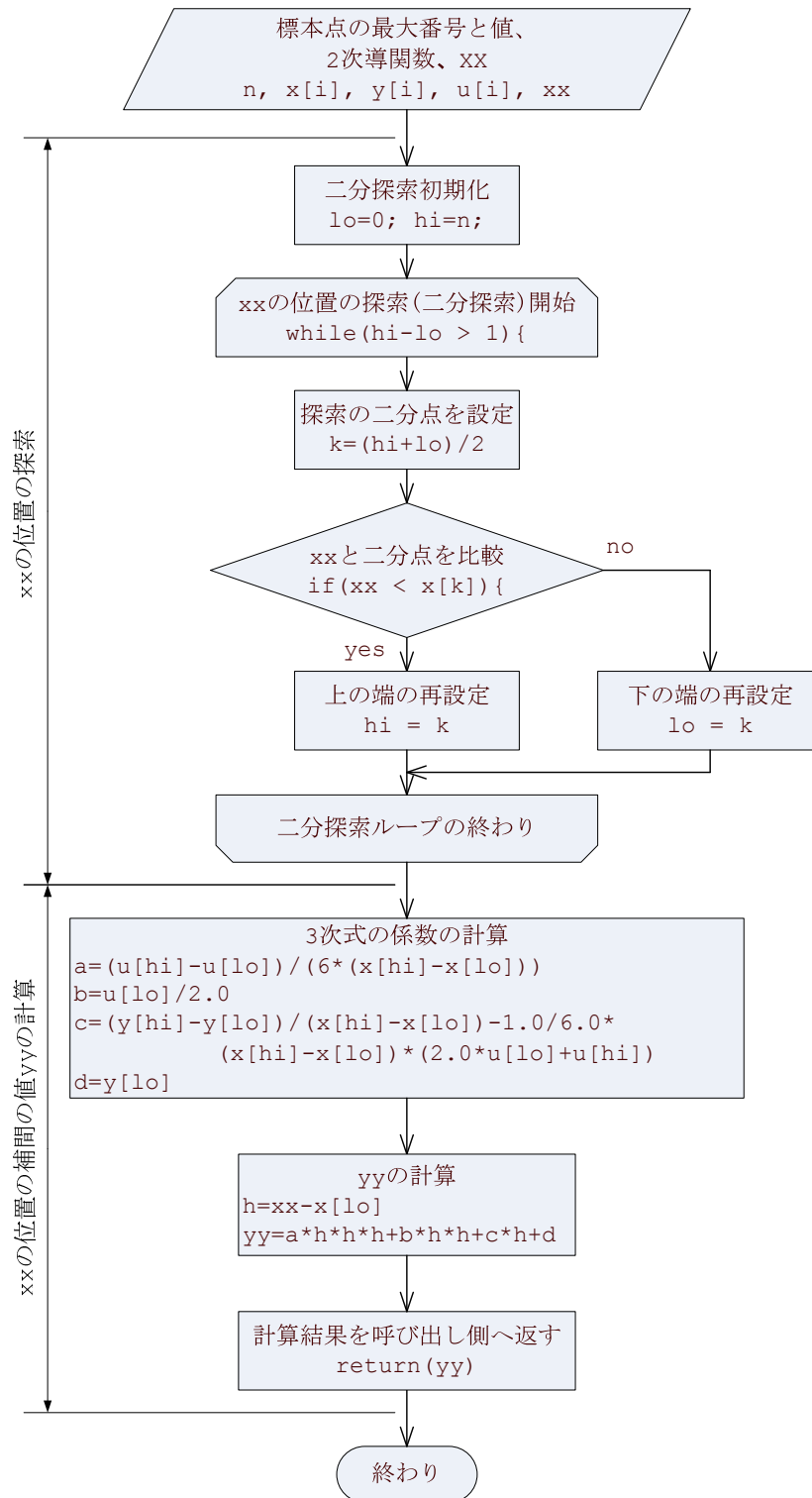


図 2: 補間された値を求める関数。