

練習問題解答

山本昌志*

2004年2月26日

1 教科書 5.13

教科書の問題の表現が間違っています。教科書の表現「 $\bar{A}BC$ 、 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ だけが 0...」というのは全く間違っています。なぜならば、 $\bar{A}BC$ はこれだけで論理式になっており、論理変数 (A, B, C) に従い値が決まります。たとえば、 $(0, 0, 0)$ のときは 0 になり、 $(0, 0, 0)$ も 0、 $(0, 1, 0)$ は 1 のようになります。

もし、百歩譲って、教科書の問題の意図していることが

$$\begin{cases} \bar{A} \cdot B \cdot C = 0 \\ \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

と連立方程式としましょう。そうするとその答えは、 $A = 1$ または $B = 0$ のとき、0 となる論理式となります。これは、

$$f = \bar{A} \cdot B \quad (2)$$

です。これは、教科書の答えと矛盾します。したがって、このような連立方程式ではないことが分かります。そうすると、答えから類推するしかないのですが、それによると問題の論理は

- 論理変数 (A, B, C) の値が $(0, 1, 1)$ または $(0, 1, 0)$ のとき、論理式は 0 になる。

ということみたいです。

問題にしたがい、まず加法標準形と乗法標準形に直しましょう。乗法標準形はカルノー図を書くまでも無く論理式は分かりませんが、とりあえずいつものパターンで進めましょう。加法標準形は 1 に着目したカルノー図、乗法標準形は 0 に着目したカルノー図を描きます。それぞれ、図 1 と図 2 になります。

カルノー図が描けたので、論理式は簡単です。まず 1 に着目した加法標準形の論理式を示し、NAND オプリーの式に変形します。それは、以下の通りです。

$$\begin{aligned} f &= A + \bar{B} \\ &= \overline{\overline{A + \bar{B}}} \\ &= \overline{\bar{A} \cdot B} \end{aligned} \quad (3)$$

* 国立秋田工業高等専門学校 電気工学科

次に、乗法標準形から NOR オンリーの論理式に変形します。これも先ほど同様に、

$$\begin{aligned}
 f &= A \cdot \bar{B} \\
 &= \overline{\overline{A \cdot \bar{B}}} \\
 &= \overline{\bar{A} + B}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

となります。

A	B	C	0	1
0	0	1	1	1
0	1			
1	1	1	1	1
1	0	1	1	1

図 1: 1 に着目したカルノー図

A	B	C	0	1
0	0			
0	1	0	0	0
1	1			
1	0			

図 2: 0 に着目したカルノー図

2 教科書 5.15

教科書の NOR の答えは間違っています。気をつけてください。

論理関数

$$X = A \cdot \bar{B} + A \cdot C + B \cdot C + \bar{B} \cdot \bar{C}
 \tag{5}$$

を、NOR および NAND ゲートオンリーの式に変形することが問題です。いろいろな方法がありますが、NOR と NAND の両方を求めると言うことで、カルノー図を利用するのが良いでしょう。論理関数の値が 1 および 0 に着目したカルノー図は図 3 や 4 のようになります。

このカルノー図より、加法標準展開から NOR オンリーは

$$\begin{aligned}
 X &= \bar{B} \cdot \bar{C} + B \cdot C + A \cdot C \\
 &= \overline{\overline{\bar{B} \cdot \bar{C} + B \cdot C + A \cdot C}} \\
 &= \overline{(\bar{B} \cdot \bar{C}) \cdot (B \cdot C) \cdot (A \cdot C)}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

となります。同様に、情報標準展開から NAND オンリーは

$$\begin{aligned}
 X &= (\bar{B} + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \\
 &= \overline{\overline{(\bar{B} + C) \cdot (A + B + \bar{C})}} \\
 &= \overline{(\bar{B} + C) + (A + B + \bar{C})}
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

となります。

		C	
		0	1
A	B	0	1
	0	0	1
0	1		1
	1	1	
1	0	1	1
	1	0	1

図 3: 1に着目したカルノー図

		C	
		0	1
A	B	0	1
	0	0	
0	1	0	0
	1	1	
1	0		
	1	0	

図 4: 0に着目したカルノー図

3 教科書 5.16

NAND オンリーに直す問題です。論理式を簡単にして、NAND に直すことも考えられますが、できるだけそれを行わないで、教科書の答を導きます。

(1)

$$X \cdot Y \cdot Z = \overline{\overline{X \cdot Y \cdot Z}} \quad (8)$$

(2)

$$\begin{aligned} X + Y + Z &= \overline{\overline{X + Y + Z}} \\ &= \overline{\overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}} \end{aligned} \quad (9)$$

(3)

$$\begin{aligned} X \cdot Y + X \cdot Z &= \overline{\overline{X \cdot Y + X \cdot Z}} \\ &= \overline{(\overline{X \cdot Y}) \cdot (\overline{X \cdot Z})} \end{aligned} \quad (10)$$

(4) 教科書の解答は間違っています。この場合は、一目見て論理式は簡単になるとわかりますので、変形して NAND ゲートに直しましょう。

$$\begin{aligned} X \cdot Y \cdot Z + Y \cdot Z + \bar{Y} \cdot \bar{Z} &= (X + 1)Y \cdot Z + \bar{Y} \cdot \bar{Z} \\ &= Y \cdot Z + \bar{Y} \cdot \bar{Z} \\ &= \overline{\overline{Y \cdot Z + \bar{Y} \cdot \bar{Z}}} \\ &= \overline{(\overline{Y \cdot Z}) \cdot (\overline{\bar{Y} \cdot \bar{Z}})} \end{aligned} \quad (11)$$

(5) 教科書の解答は間違っています。

$$\begin{aligned} (X \cdot Y + U) \cdot (W + X \cdot Z) \cdot (U \cdot V + Y) &= \overline{\overline{(X \cdot Y + U) \cdot (W + X \cdot Z) \cdot (U \cdot V + Y)}} \\ &= \overline{\{(\overline{X \cdot Y}) \cdot \bar{U}\} \cdot \{\bar{W} \cdot (\overline{X \cdot Z})\} \cdot \{(\overline{U \cdot V}) \cdot \bar{Y}\}} \end{aligned} \quad (12)$$

(6) 教科書の解答は間違っています。

$$\begin{aligned} (X \cdot Y + Z) \cdot (X \cdot Z + Y) \cdot (\bar{X} \cdot \bar{Y} + \bar{Z}) &= \overline{\overline{(X \cdot Y + Z) \cdot (X \cdot Z + Y) \cdot (\bar{X} \cdot \bar{Y} + \bar{Z})}} \\ &= \overline{\{(\overline{X \cdot Y}) \cdot \bar{Z}\} \cdot \{(\overline{X \cdot Z}) \cdot \bar{Y}\} \cdot \{(\overline{\bar{X} \cdot \bar{Y}}) \cdot Z\}} \end{aligned} \quad (13)$$

4 教科書 5.17

NOR オンリーに直す問題です。

(1)

$$X + Y + Z = \overline{\overline{X + Y + Z}} \quad (14)$$

(2)

$$\begin{aligned} X \cdot Y \cdot Z &= \overline{\overline{X \cdot Y \cdot Z}} \\ &= \overline{\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}} \end{aligned} \quad (15)$$

(3)

$$\begin{aligned} (X + Y) \cdot (W + Z) &= \overline{\overline{(X + Y) \cdot (W + Z)}} \\ &= \overline{\overline{X + Y} + \overline{W + Z}} \end{aligned} \quad (16)$$

(4)

$$\begin{aligned} (X + Y + Z) \cdot (U + V) &= \overline{\overline{(X + Y + Z) \cdot (U + V)}} \\ &= \overline{\overline{X + Y + Z} + \overline{U + V}} \end{aligned} \quad (17)$$

(5) 教科書の解答は間違っています。

$$\begin{aligned} X \cdot Y \cdot Z + U \cdot V &= \overline{\overline{\overline{\overline{X \cdot Y \cdot Z}} + \overline{\overline{U \cdot V}}}} \\ &= \overline{\overline{\overline{X + Y + Z} + \overline{U + V}}} \end{aligned} \quad (18)$$

(6) 教科書の解答でも良いですが、これは一目見て簡単になります。簡単化して NOR オンリーに直しましょう。

$$\begin{aligned} X \cdot Y \cdot Z + X \cdot Y &= X \cdot Y \cdot (Z + 1) \\ &= X \cdot Y \\ &= \overline{\overline{X \cdot Y}} \\ &= \overline{\overline{X} + \overline{Y}} \end{aligned} \quad (19)$$