

組込関数と文関数のプログラムの解説

山本昌志*

2004年2月2日

前回、課題で出したプログラムの解説を行う。

1 2倍角の公

以下の2倍角の公式を、数値計算により、確認せよ。

$$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \quad (1)$$

- $\theta = 0 \sim 2\pi$ を 360 等分して、式 (1) の両辺を計算すること。
- 出力は、教科書の P.104 と同じようにすること。

このプログラムは、教科書の例題 5.1(P.103) とほとんど同じである。組み込み関数の三角関数を使う問題である。三角関数の実引数の単位は、ラジアン (rad) であることに注意すれば、後は簡単である。通常、自然科学で三角関数を使うときは、その単位はラジアン (rad) である。度 (degree) になることは、滅多に無い。プログラムは、以下のようになる。

```
PROGRAM EX_1_1_1
REAL R,U,V,X

WRITE(6,600)
600 FORMAT('      X      R',5X,'COS(2*R)',5X,'COS(R)**2-SIN(R)**2')

X=0.0

1 R=X*3.1415924/180.0
  U=COS(2*R)
  V=COS(R)**2-SIN(R)**2
  WRITE(6,601)X,R,U,V
601 FORMAT(F5.1,2X,F5.3,E16.8,2X,E16.8)
  X=X+1.0
  IF(X.LE.360)GO TO 1

STOP
END
```

*国立秋田工業高等専門学校 電気工学科

2 指数関数と対数関数

指数関数と対数関数の関係を調べる問題である。

$$x = \log(e^x) \quad (2)$$

- $x = 0 \sim 100$ を 100 等分して、式 (2) の両辺を計算すること。
- x と式 (2) の両辺を適当な表としてディスプレイに出力すること。

指数関数と対数関数の定義から式 (2) が成り立つのは明らかである。これが明らかでない人は、数学の勉強が全く不足しています。その明らかなことをコンピューターを用いて確認するのが問題である。右辺の x に値を 0~100 まで代入して、計算結果が x になっていることを確認するのである。

ようは、 x の値と右辺に x を代入した結果の値をディスプレイに書き出し、それぞれを比べればよいのである。対数関数と指数関数は、FORTRAN では次のように記述する (教科書 P.106)。

$$\begin{aligned} e^x &\Rightarrow \text{EXP}(X) \\ \log(x) &\Rightarrow \text{LOG}(X) \end{aligned}$$

対数は、底が e の自然対数である。FORTRAN は自然科学の分野で発展してきたので、自然対数が使われる。三角関数の角度の単位がラジアン (rad) であるのもそのためである。

これだけ分かれば、プログラムは簡単であろう。回答例として、以下にプログラムを示す。

```
PROGRAM EX_1_1_1
REAL X,Z

WRITE(6,600)
600 FORMAT(' X LOG(EXP(X))')

DO 10 X=0.0,100.0,1.0
  Z=LOG(EXP(X))
  WRITE(6,601)X,Z
601 FORMAT(F12.8,2X,F12.8)
10 CONTINUE

STOP
END
```

3 円の面積 (数値積分の台形公式)

文関数を利用して円の面積を求める問題である。

- 教科書 P.118(1) の問題のプログラムを作成せよ。

この問題は、半径 1 の 1/4 円の面積を求めるものである。方法は、数値積分の台形公式と言われるものである。積分なんて少し難しげであるが、要するに円を台形で近似しているだけのことである。その様子を図 1 に示す。

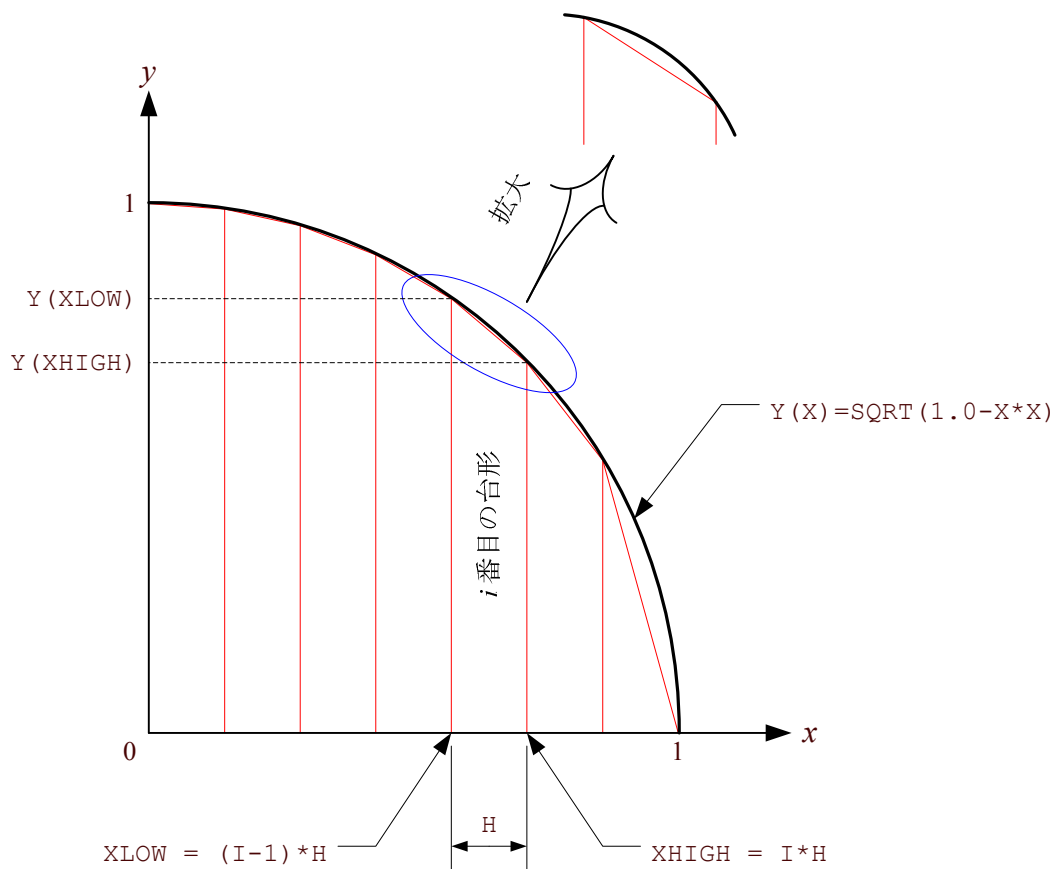


図 1: 円の面積の台形近似

円の半径 ($0 \leq x \leq 1$) を N 等分して、 N 個の台形の面積を足し合わせることで台形の面積を求める。図から分かるように、最後の台形は三角形になるが、これも上底がゼロの台形と考える。これから、台形の高さ H は

$$H = 1.0/N$$

となる。FORTRAN でこの高さを求めるため前に、予め N の値は決めておく必要がある。

台形の高さが求まったので、後は下底と上底の長さである。これは、下底および上底の x 座標と円の方程式から求めることができる。1/4 円の方程式は、 $y(x) = \sqrt{1 - x^2}$ である。この x にそれぞれの座標を代入すれば、下底と上底の長さが分かる。この円の方程式を FORTRAN で表現する場合、文関数

$$Y(X) = \text{SQRT}(1.0 - X*X)$$

を用いるのが簡単である。この X に、下底や上底の x 座標を代入すれば、下底や上底の長さが分かる。

台形は N 個あるので、それぞれ DO 文によりループをまわして面積を計算するのが良い。DO 文の指標に I を用いて、左から I 番目の台形の面積を計算する。 I 番目の下底の x 座標 $XLOW$ はと上底のそれを

XHIGH とする。それぞれは、

$$XLOW = (I-1)*H$$

$$XHIGH = I*H$$

と計算できる。これから、下底および上底の長さは、

$$\text{下底の長さ} = Y(XLOW)$$

$$\text{上底の長さ} = Y(XHIGH)$$

と計算できる。これで、台形の面積が計算できるので、後は各人考えること。プログラム例は、以下の通り。

```
PROGRAM EX_1_2_1
INTEGER N,I
REAL S,XHIGH,XLOW,H
Y(X)=SQRT(1.0-X*X)

N=100
H=1.0/N

S=0.0

DO 10 I=1,N,1
  XLOW=(I-1)*H
  XHITH=I*H
  S=S+(Y(XHITH)+Y(XLOW))*H/2.0
10 CONTINUE

WRITE(6,600)N,4.0*S
600 FORMAT('N = ',I4,4X,'S = ',F12.8)

STOP
END
```

4 マクローリン展開

正弦関数は、マクローリン展開より、以下のように近似できる。

$$\sin(x) \simeq x - \frac{x^3}{3 \times 2 \times 1} + \frac{x^5}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} - \frac{x^7}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \quad (3)$$

- $\theta = 0 \sim 2\pi$ を 360 等分して、式 (3) の両辺とその差を計算する。
- 左辺は組込関数、右辺は文関数を利用して計算すること。
- 計算結果を適当な表としてディスプレイに出力すること。

初めて、私が三角関数を学習したとき教科書の最後にある数表を見て、どうやって計算するのか疑問に感じた。式(3)を使えば、計算できるのである。三角関数が4則演算になっている。ただし、この式は項数が少ないので、 θ が大きくなると誤差が大きくなる。

この式の関係を組み込み関数 $\text{SIN}(X)$ と文関数で調べるのが、この問題である。この式の右辺を組み込み関数で、

$$\text{TENKAI}(X) = X - X^{**3}/(3*2) + X^{**5}/(5*4*3*2) - X^{**7}/(7*6*5*4*3*2)$$

と表現すればよい。後は、以下のプログラムを良く見て理解すること。文関数を使うと、プログラムがすっきりして分かりやすくなることに気が付いて欲しい。

```
PROGRAM EX_1_2_2
INTEGER I
REAL R
TENKAI(X)=X-X**3/(3*2)+X**5/(5*4*3*2)-X**7/(7*6*5*4*3*2)

DO 10 I=0,360,1
  R=I*3.1415924/180.0
  WRITE(6,600)I,R,SIN(R),TENKAI(R)
600  FORMAT(I3,4X,F8.6,4X,F12.8,4X,F12.8)
10  CONTINUE

STOP
END
```